سلطنة عمان - وزارة التربية والتعليم
المديرية العامة للتربية والتعليم بمحافظة شمال الباطنة
دائرة تنمية الموارد البشرية - قسم العلوم التطبيقية - وحدة الرياضيات

كراسة الطالب التدريبية

في الرياضيات

الصف: الثاني عشر، الوحدة: الثالثة

(الهندسة التحليلية للدائرة)

الفصل الدراسي الأول

٢٠١٦/ ٢٠١٧م

إعداد/ أسماء المزروعي ، مدرسة/ شناص للبنات (١٠- ١٢)

المقدمة:

الحمد لله الذي علم بالقلم، علم الإنسان ما لم يعلم، والصلاة والسلام على النبي الأكرم، الذي لم يكتب بقلم، وقاد الأمة لأعلى المراتب والقمم.

يعتبر التدريب من الطرق الفاعلة في تحسين ورفع التحصيل الدراسي للطلبة، فهو الوسيلة الرئيسة لتعليم المهارة واكتسابها وتطويرها، كما أن التدريب الموزع على فترات والمتواصل يساعد على بقاء جزء كبير من المعلومات السابقة، ويساعد الطالب على فهم الأفكار والمفاهيم فهما واعيا مما يحقق الدقة ويزيد الكفاءة ويجنب الأخطاء، فمثلا يمكن أن يتعلم الطالب كيفية إجراء القسمة المطولة عن طريق تقليد أستاذه ولكن من خلال التدريب والممارسة يمكنه أن يحسن من قدرته على إجراء القسمة المطولة ويصبح قادرا على إيجاد الحل الصحيح بسرعة ودقة واتقان. لذا فالتدريب يعزز من ثقة الطالب بنفسه ويزيد الدافعية لديه ويطور اتجاهاته الايجابية نحو التعلم.

وتأكيدا على ما سبق واستمرار لاهتمام وحدة الرياضيات بمحافظة شمال الباطنة بتعزيز واثراء مناهج المادة تم اعداد كراسة تدريبية للطالب في وحدة الهندسة التحليلية للدائرة للصف للثاني عشر، وقد تضمنت هذه الكراسة ما يلي:

١. تقديم ملخص لكل درس من دروس الوحدة يشمل جميع النتائج والنظريات وفق تمثيلات رياضية مختلفة تراعي الذكاءات المتعددة للطلبة وتساعدهم في استيعاب وتطبيق هذه النتائج والنظريات في حل التدريبات والتمارين

٢. مفردات اختبارية شاملة جميع الدروس مع حلولها من أسئلة الاختبارات النهائية الموجودة في زاويتي والتي تناولت الوحدة .

آملين أن يحقق هذا العمل الأهداف المنشودة منه وأن يكون مرجعا مساندا للطلبة في دراسة الوحدة وتحقيق مخرجاتها. سائلين الله العلي القدير أن ينفعنا بما علمنا وأن يعلمنا ما ينفعنا، والله من وراء القصد وهو يهدي السبيل.

فريق العمل

الدرس الأول: المحل الهندسي الدائرة

أولا: الأسئلة الموضوعية:

م	السؤال
١	**اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدور الثاني** نصف قطر الدائرة $س^{٢} + ص^{٢} + ٦ص - ٦ = ٠$ يساوي : $\sqrt{٣}$ ○ $\sqrt{١٥}$ ○ $\sqrt{٣٠}$ ○ $\sqrt{٤٢}$ ○
٢	**اختبار ٢٠١١/ ٢٠١٢ م / الدور الاول** مركز الدائرة التي معادلتها $(س - ٢)^{٢} + (ص + ١)^{٢} = ٤$ هو: (٢، -١) ○ (-٢، ١) ○ (١، -٢) ○ (-١، ٢) ○
٣	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الثاني** أي من المعادلات الآتية تمثل معادلة دائرة ؟ $(س + ٣)^{٢} + ٢(ص - ٢)^{٢} = ٩$ ○ $(س + ٣)^{٢} - (ص - ٢)^{٢} = ٩$ ○ $(س + ٣)^{٢} + (ص - ٢)^{٢} = ٩$ ○ $٣(س + ٣)^{٢} + (ص - ٢)^{٢} = ٩$ ○
٤	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الاول** مركز الدائرة $س^{٢} - ٦س + ص^{٢} + ٨ص = ١١$ هو: (-٦، ٨) ○ (٣، -٤) ○ (٦، -٨) ○ (-٣، ٤) ○
٥	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الثاني** طول نصف قطر الدائرة التي معادلتها $(٣س + ٦)^{٢} + (٣ص - ٣)^{٢} = ٣٦$ يساوي : ٩ ○ ٦ ○ ٤ ○ ٢ ○

٦	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الثاني** مركز الدائرة التي معادلتها $س^{٢} + ص^{٢} - ٢س + ٢ك ص + ٥ = ٠$ ، حيث $ك \ni ح$ ، وطول نصف قطرها $\sqrt{٥٧}$ هو: $(-١، -٣)$ ☐ $(١، -٦)$ ☐ $(١، -٣)$ ☐ $(٦، -١)$ ☐
٧	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الاول** نصف قطر الدائرة التي معادلتها $س^{٢} + ص^{٢} - ٦س - ٤ص + ٩ = ٠$ يساوي: ٢ ○ ٣ ○ ٤ ○ ٩ ○
٨	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الثاني** مركز الدائرة $س^{٢} + ص^{٢} - ٤ص = ٨$ هو: $(٠، ٢)$ ☐ $(-٢، ٠)$ ☐ $(٢، ٠)$ ☐ $(٠، -٢)$ ☐
٩	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الثاني** إذا كانت $٣م س^{٢} + (م + ٢)ص^{٢} = ٩$ تُمثِّل معادلة دائرة، فان قيمة م تساوي: ٣ ☐ ١ ☐ $\frac{١}{٢}$ ☐ $\frac{١}{٣}$ ☐
١٠	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الاول** معادلة الدائرة التي مركزها النقطة $(٢، ٠)$ وطول قطرها ٨ وحدات هي : $(س - ٢)^{٢} + ص^{٢} = ٦٤$ ☐ $(س - ٢)^{٢} + ص^{٢} = ١٦$ ☐ $(س + ٢)^{٢} + ص^{٢} = ٦٤$ ☐ $(س + ٢)^{٢} + ص^{٢} = ١٦$ ☐

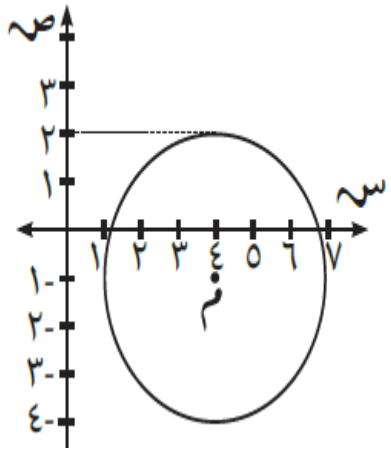
١١	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الاول** إذا كانت س^{٢} + ص^{٢} – هـ س + ٣ هـ ص + (هـ + ٤) س ص = صفر ، هـ ∈ ح تمثل معادلة دائرة ، فإن مركز الدائرة هو : ☐ (٤ ، –١٢) ☐ (٢ ، –٦) ☐ (– ٤ ، ١٢) ☐ (–٢ ، ٦)

ثانيا: الأسئلة المقالية: الدائرة

م	السؤال
١	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الثاني** ضع معادلة الدائرة ٢س^{٢} + ٢ص^{٢} - ١٦س - ١٢ص = ٢٤ في الصورة القياسية ثم أوجد مركزها ونصف قطرها.
٢	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الاول** ٢٤) أوجد المحل الهندسي لنقطة تتحرك في المستوى بحيث يكون بعدها عن النقطة (–٣ ، ٤) يساوي ثلاثة أمثال بعدها عن النقطة (٣ ، –٤).
٣	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الاول** حوّل معادلة الدائرة س^{٢} + ص^{٢} – ٨س + ١٦ص + ٧٩ = صفر إلى الصورة القياسية ، ثم أوجد إحداثيات المركز ، وطول نصف القطر.

الدرس الثاني:أوضاع خاصة للدائرة

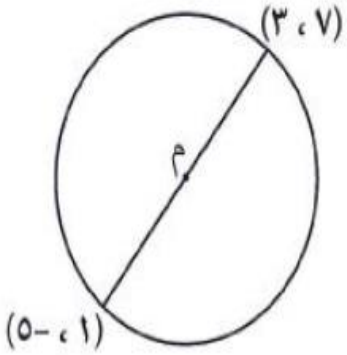
أولا: الأسئلة الموضوعية:

م	السؤال
١	**اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدور الثاني** الدائرة $س^{٢} + ص^{٢} - ٨س + ٤ص + ٤ = ٠$ تمس المحور الصادي عند النقطة : ☐ $(٠ ، -٨)$ ☐ $(٠ ، ٨)$ ☐ $(٠ ، -٣)$ ☐ $(٠ ، ٢)$
٢	**اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدور الثاني** معادلة الدائرة التي يكون فيها النقطتان (٤، ٢) ، (٤، -٦) نهايتي قطر فيها هي: ☐ $(س - ٤)^{٢} + (ص + ٢)^{٢} = ٦٤$ ☐ $(س + ٤)^{٢} + (ص - ٢)^{٢} = ٦٤$ ☐ $(س + ٤)^{٢} + (ص - ٢)^{٢} = ١٦$ ☐ $(س - ٤)^{٢} + (ص + ٢)^{٢} = ١٦$
٣	**اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدور الأول** معادلة الدائرة التي مركزها (-٢، ٣) وتمس المحور الصادي هي: ☐ $س^{٢} + ص^{٢} - ٤س + ٦ص + ٤ = ٠$ ☐ $س^{٢} + ص^{٢} - ٤س + ٦ص + ٩ = ٠$ ☐ $س^{٢} + ص^{٢} + ٤س - ٦ص + ٤ = ٠$ ☐ $س^{٢} + ص^{٢} + ٤س - ٦ص + ٩ = ٠$
٤	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الثاني** معادلة الدائرة المرسومة في الشكل المجاور هي:  ☐ $س^{٢} + ٢س + ص^{٢} - ٨ ص + ٨ = ٠$ ☐ $س^{٢} - ٨س + ص^{٢} + ٢ ص + ٨ = ٠$ ☐ $س^{٢} - ٨س + ص^{٢} + ٢ ص + ١٣ = ٠$ ☐ $س^{٢} + ٢س + ص^{٢} - ٨ ص + ١٣ = ٠$

٥

اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الاول

معادلة الدائرة التي مركزها (م) والمرسومة في الشكل المجاور هي:

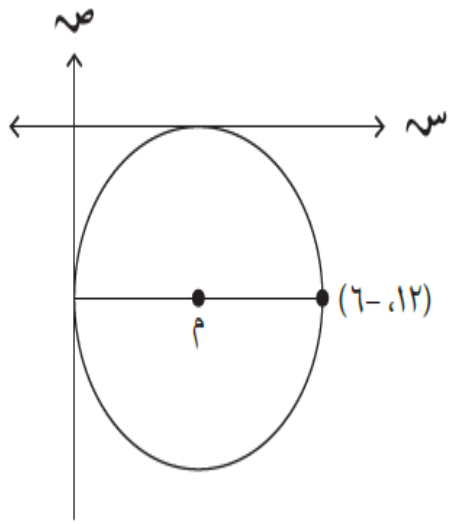


- ☐ $(س + ٤)^{٢} + (ص - ١)^{٢} = ٢٥$
- ☐ $(س + ٤)^{٢} + (ص - ١)^{٢} = ١٠٠$
- ☐ $(س - ٤)^{٢} + (ص + ١)^{٢} = ٢٥$
- ☐ $(س - ٤)^{٢} + (ص + ١)^{٢} = ١٠٠$

٦

اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الثاني

من الشكل المجاور معادلة الدائرة التي مركزها م هي:

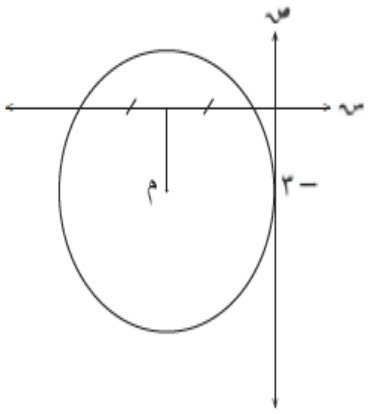


- ☐ $(س - ٦)^{٢} + (ص + ٣)^{٢} = ٣٦$
- ☐ $(س - ٦)^{٢} + (ص + ٦)^{٢} = ٣٦$
- ☐ $(س - ٦)^{٢} + (ص + ٣)^{٢} = ١٤٤$
- ☐ $(س - ٦)^{٢} + (ص + ٦)^{٢} = ١٤٤$

٧

اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الاول

١٢) من الشكل المجاور مركز الدائرة م التي تمس محور الصادات وتقطع من محور السينات السالب وتراً طوله ٨ وحدات هو :



- ○ (-٤ ، -٣)
- ○ (-٣ ، -٤)
- ○ (-٥ ، -٣)
- ○ (-٣ ، -٥)

٨	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الاول** إذا كانت النقطتان (٢ ، أ) ، (٤ ، ١) نهايتا قطر في دائرة تمر بنقطة الأصل ، فإن قيمة أ تساوي : ☐ -٨ ☐ -٣ ☐ $\frac{١}{٨}$ ☐ $\frac{١}{٢}$

ثانيا: الأسئلة المقالية:

م	السؤال
١	**اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدور الثاني** أوجد معادلة الدائرة المرسومة التي تمر بالنقاط (٠ ، ٠) ، (٠ ، ٢) ، (٦ ، ٠).
٢	**اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدور الاول** أوجد معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط الآتية: أ(٠ ، ٠) ، ب (٨ ، ٠) ، جـ (٤ ، ٢).
٣	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الثاني** أوجد معادلة الدائرة إذا كان أ(٢ ، ٣) ، ب (٤ ، – ٥) نهايتي قطر فيها.
٤	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الثاني** أوجد معادلة الدائرة التي تمس محور السينات في النقطة (-٤، ٠) ، ويقع مركزها على المستقيم ص + ٢س - ١ = صفر .

٥	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الاول** أوجد معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط (٠ ، ٠) ، (٤ ، ٠) ، (٠ ، ٦).
٦	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الثاني** إذا كان الفرق بين قطري دائرتين متحدتي المركز يساوي ٨ ، وكانت معادلة الدائرة الكبرى هي $(س - ١)^{٢} + (ص - ٢)^{٢} = ٣٦$. فأوجد معادلة الدائرة الصغرى.

الدرس الثالث: مماسات الدائرة

أولا: الأسئلة الموضوعية:

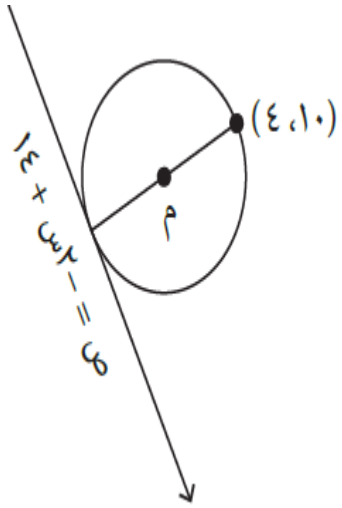
م	السؤال
١	**اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدور الثاني** معادلة الدائرة التي تمس المستقيمات ص = ٥ ، ص=٩ ، س=٠ وتقع في الربع الثاني هي: ☐ $(س - ٢)^{٢} + (ص - ٧)^{٢} = ٤$ ☐ $(س + ٢)^{٢} + (ص - ٧)^{٢} = ١٦$ ☐ $(س + ٢)^{٢} + (ص - ٧)^{٢} = ٤$ ☐ $(س - ٢)^{٢} + (ص + ٧)^{٢} = ١٦$
٢	**اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدور الاول** النقطة التي لا يمكن رسم مماس منها للدائرة $س^{٢} + ص^{٢} - ٤س + ٢ ص - ٨ = ٠$ هي : ☐ (-٢ ، ١) ☐ (٣ ، ٢) ☐ (٣ ، -٢) ☐ (١ ، ٣)
٣	**اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدور الاول** معادلة الدائرة التي تمس المستقيمات س = ٢ ، س = ٨ ، ص = ٠ وتقع في الربع الأول هي: ☐ $(س - ٣)^{٢} + (ص - ٥)^{٢} = ٣$ ☐ $(س - ٣)^{٢} + (ص - ٤)^{٢} = ٩$ ☐ $(س - ٥)^{٢} + (ص - ٣)^{٢} = ٩$ ☐ $(س - ٤)^{٢} + (ص - ٣)^{٢} = ٣$
٤	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الثاني** طول المماس المرسوم من النقطة (٥ ، ٠) للدائرة $س^{٢} + ص^{٢} = ١٦$ يساوي : ☐ ٩ ☐ ٥ ☐ ٤ ☐ ٣
٥	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الثاني** طول نصف قطر الدائرة التي يقع مركزها على المستقيم $ص_{١}$ = س - ٢ وتمس المستقيم $ص_{٢}$ = س يساوي: ☐ ٢ ☐ $\frac{١}{٢}$ ☐ $\sqrt{٢}$ ☐ $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

٦	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الاول** إذا كانت دائرة تمس المحور السيني عند (-١ ، ٠) ، ومركزها يقع على المستقيم ص = ٢س + ٥ ، فإن طول نصف قطرها يساوي : ☐ ٣ ☐ ٤ ☐ ٥ ☐ ٧
٧	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الاول** معادلة أحد مماسي الدائرة $س^{٢} + ص^{٢} = ٤$ الموازي للمستقيم ص + س = ٠ هي: ☐ ص + س + ٨ = ٠ ☐ ص + س + ٤ = ٠ ☐ ص + س + ٤ $\sqrt{٣}$ = ٠ ☐ ص + س + ٢ $\sqrt{٢}$ = ٠
٨	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤م / الدور الثاني** إذا كان طول المماس المرسوم من نقطة (-٧، ٣) للدائرة $س^{٢} + ص^{٢} + ٢ل س = ٠$ يساوي وحدتين ، حيث ل ∋ ح ، فإن قيمة ل تساوي : ☐ $\frac{٢٧}{٧}$ ☐ $\frac{٢٩}{٧}$ ☐ $\frac{٥٤}{٧}$ ☐ $\frac{٥٨}{٧}$
٩	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الاول** معادلة الدائرة التي تمر بالنقطتين أ (٢، ٣) ، ب (٤، ٧) والمماسين لها عند أ ، ب متوازيين هي: ○ $س^{٢} + ص^{٢} - ١٢س - ١٠ص + ٥٣ = ٠$ ○ $س^{٢} + ص^{٢} - ١٠س - ٨ص + ٣١ = ٠$ ○ $س^{٢} + ص^{٢} + ٦س - ٦٤ص + ٢٣ = ٠$ ○ $س^{٢} + ص^{٢} - ٦س - ١٠ص + ٢٩ = ٠$

١٠	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الاول** ١٤) إذا كان معادلتا القطرين ص = س − ٤ ، ص = − ٢ س + ٥ في دائرة طول نصف قطرها يساوي $٢\sqrt{٣}$ وحدة، فإن معادلة الدائرة هي : ○ $(س-٣)^{٢}+(ص+١)^{٢}=٤$ ○ $(س-٣)^{٢}+(ص+١)^{٢}=١٢$ ○ $(س+٣)^{٢}+(ص-١)^{٢}=٤$ ○ $(س+٣)^{٢}+(ص-١)^{٢}=١٢$
١١	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الثاني** الدائرة التي مركزها (−٤ ، ١) ونصف قطرها ٢ ، تمس المستقيم: ▭ س = ٢ ▭ ص = ١ ▭ س = −٦ ▭ ص = −٣
١٢	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الثاني** إذا كان المستقيم ص = س يقطع الدائرة $س^{٢}+(ص-ن)^{٢}=٢$ في نقطتين، فإن قيم ن تنتمي إلى الفترة: ▭ $]-٢ ، ٢[$ ▭ $]-٤ ، ٤[$ ▭ $]٤ ، \infty[$ ▭ $]-\infty ، ٢[$
١٣	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الاول** دائرتان معادلتيهما $س^{٢}+(ص+٥)^{٢}-٩=$ صفر ، $س^{٢}+ص^{٢}-١=$ صفر . عدد المماسات المشتركة للدائرتين يساوي : ▭ ١ ▭ ٢ ▭ ٣ ▭ ٤

ثانيا: الأسئلة المقالية:

م	السؤال
١	**اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدور الثاني** أوجد معادلة مماس الدائرة $س^{٢} + ص^{٢} - ٢ص - ٤ = ٠$ عند النقطة (١ ، ٣).
٢	**اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدور الاول** أوجد معادلة المماس المشترك للدائرتين: $س^{٢} + ص^{٢} - ٤س - ٤ص + ٤ = ٠$ ، $س^{٢} + ص^{٢} - ٤س + ٤ص + ٤ = ٠$ علماً بأن المماس يمر بنقطة تماسهما.
٣	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الثاني** أوجد معادلة أحد المماسين للدائرة $س^{٢} + ص^{٢} = ٢$ المرسومين من النقطة (٢ ، ٠).
٤	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الثاني** دائرة مركزها نقطة الأصل ، $\overline{أب}$ وتر فيها معادلته $٣س + ٤ص - ١٥ = ٠$ وطوله $٦\sqrt{٣}$ أوجد معادلة الدائرة.
٥	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الاول** إذا كان محور السينات مماس مشترك للدائرة $س^{٢} + (ص - نق)^{٢} = نق^{٢}$ والمنحنى $ص = ٢س^{٢}$ ، وكانت المشتقة الثانية لكلٍ منهما متساوية عند نقطة التماس ، فأوجد قيمة نق .
٦	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الاول** بيّن أن المستقيم $ص + س = ٤$ يقطع الدائرة $س^{٢} + ص^{٢} = ١٦$
٧	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الاول** دائرة معادلتها $(س - ٣)^{٢} + (ص - ٤)^{٢} = ١٦$ تمسّ أضلاع المثلث أ ب ج متطابق الأضلاع. أوجد معادلة المحلّ الهندسي لحركة رؤوس المثلث ، بحيث تبقى على بعد ثابت من مركز الدائرة. (علماً بأن القِطَع المتوسطة للمثلث تتقاطع في نقطة واحدة تقسم كل منها بنسبة ٢ : ١ من جهة الرأس)

٨	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الثاني** من الشكل المجاور، أوجد معادلة الدائرة التي مركزها م . 
٩	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الثاني** أوجد معادلة الدائرة التي تمس محور السينات في النقطة (-٤، ٠) ، ويقع مركزها على المستقيم ص + ٢س - ١ = صفر .
١٠	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الاول** أوجد معادلتيّ المماسين المرسومين للدائرة $س^{٢} + ص^{٢} - ٨ص + ٨ = ٠$ من النقطة (٠ ، ٠)
١١	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الثاني** دائرة معادلتها $(س + ٥)^{٢} + (ص - ٤)^{٢} = ٩$ ، حدد كلًا مما يأتي: أ) موقع النقطة (-٦ ، ١) بالنسبة للدائرة. ب) وضع المستقيم ص + ٢س = صفر بالنسبة للدائرة.
١٢	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الثاني** دائرة تمس المستقيمين س = ٥ ، ص = ٧ ، ويقع مركزها على المستقيم ص = - س . أوجد طول نصف قطرها .
١٣	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الاول** أوجد طول المماس المرسوم للدائرة $س^{٢} + ص^{٢} + ١٤ص = ١٥$ من النقطة (٠ ، ٦) .
١٤	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الاول** دائرة تمس المستقيم س = ٢، وتمر بالنقطتين (٠ ، ٠)، (-٣ ، ١) . أوجد طول نصف قطر الدائرة إذا علمت أن مركزها يقع في الربع الثالث .

دليل الإجابات على الأسئلة الموضوعية والمقالية

الدرس الأول: المحل الهندسي الدائرة

أولا: الأسئلة الموضوعية:

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١
رقم البديل الصحيح	ب	أ	ج	ب	د	ج	أ	ج	ب	أ	د

ثانيا: الأسئلة المقالية:

رقم السؤال	الإجابة
١	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الثاني** $س^{٢} + ص^{٢} - ٨س - ٦ص = ١٢$ $(س^{٢} - ٨س + ١٦) + (ص^{٢} - ٦ص + ٩) - ١٦ - ٩ = ١٢$ $(س - ٤)^{٢} + (ص - ٣)^{٢} = ٣٧$ المركز $(٤، ٣)$ $نق = \sqrt{٣٧}$ **حل آخر:** من المعادلة العامة نستنتج المركز ونصف القطر $س^{٢} + ص^{٢} - ٨س - ٦ص = ١٢$ المركز $(٤، ٣)$ $نق^{٢} = ٤^{٢} + ٣^{٢} + ١٢ = ٣٧$ الصورة القياسية : $(س - ٤)^{٢} + (ص - ٣)^{٢} = ٣٧$

٢	نفرض أن النقطة (س، ص) $\sqrt{(س+٣)^{٢}+(ص-٤)^{٢}}=٣\sqrt{(س-٣)^{٢}+(ص+٤)^{٢}}$ بتربيع الطرفين $(س+٣)^{٢}+(ص-٤)^{٢}=٩\left[(س-٣)^{٢}+(ص+٤)^{٢}\right]$ $س^{٢}+٦س+٩+ص^{٢}-٨ص+١٦=٩\left(س^{٢}-٦س+٩+ص^{٢}+٨ص+١٦\right)$ $س^{٢}+ص^{٢}+٦س-٨ص+٢٥=٩س^{٢}+٩ص^{٢}-٥٤س+٧٢ص+٢٢٥$ $٨س^{٢}+٨ص^{٢}-٦٠س+٨٠ص+٢٠٠=٠$
٣	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الاول** $س^{٢}+ص^{٢}-٨س+١٦ص+٧٩=$ صفر $(س-٤)^{٢}+(ص+٨)^{٢}-١٦-٦٤+٧٩=$ صفر ومنها $(س-٤)^{٢}+(ص+٨)^{٢}=١$ ← الصورة القياسية احداثيات مركز الدائرة النقطة (٤ ، - ٨) طول نصف القطر = ١

الدرس الثاني:أوضاع خاصة للدائرة

أولا: الأسئلة الموضوعية:

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
رقم البديل الصحيح	ج	د	د	ب	ج	ب	ج	أ

ثانيا: الأسئلة المقالية:

رقم السؤال	الإجابة
١	**اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدور الثاني** الصورة العامة لمعادلة الدائرة هي $س^{٢} + ص^{٢} + ٢ل س + ٢ك ص + جـ = ٠$ نعوض بالنقاط الثلاث في معادلة الدائرة: عند $(٠ ، ٠)$ $جـ = ٠$ عند $(٠ ، ٢)$ $٤ + ٤ ك = ٠ \Leftarrow ك = -١$ عند $(٦ ، ٠)$ $٣٦ + ١٢ ل = ٠ \Leftarrow ل = -٣$ المعادلة هي : $س^{٢} + ص^{٢} - ٦س - ٢ص = ٠$
٢	**اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدور الاول** الصورة العامة لمعادلة الدائرة $س^{٢} + ص^{٢} + ٢ل س + ٢ك ص + جـ = ٠$ بالتعويض عند النقطة: $(٠ ، ٠) \leftarrow جـ = ٠$ (١) $(٠ ، ٨) \leftarrow ٦٤ + ١٦ ل + جـ = ٠$ $\therefore ل = \frac{-٦٤}{١٦} = -٤$ (٢) عند $(٤ ، ٢) \leftarrow ١٦ + ٤ + ٨ل + ٤ك + جـ = ٠$ $\therefore ٤ ك = ١٢ \leftarrow ك = ٣$ (٣) من (١) ، (٢) ، (٣) $\therefore$ معادلة الدائرة $س^{٢} + ص^{٢} - ٨س + ٦ص = ٠$

اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الثاني

٣

$$\therefore \text{ص}_1^2 + \text{ص}_2^2 - \text{ص}_1(\text{ص}_1 + \text{ص}_2) - \text{ص}_2(\text{ص}_1 + \text{ص}_2) + \text{ص}_1\text{ص}_2 + \text{ص}_1\text{ص}_2 = \cdot$$

$$\text{س}^2 + \text{ص}^2 - \text{س}(1+4) - \text{ص}(2-5) + (4\times2) + (5-3\times) = \cdot$$

∴ معادلة الدائرة هي

$$\text{س}^2 + \text{ص}^2 - 6\text{س} + 2\text{ص} - 7 = \cdot$$

حل آخر :

مركز الدائرة :-

$$(\text{د} ، \text{هـ}) = \left(\frac{4+2}{2} ، \frac{5-3}{2}\right)$$

$$= (3 ، 1-)$$

نصف القطر: (المسافة بين المركز وإحدى النقطتين)

$$\text{نق} = \sqrt{(3-2)^2 + (1-(-3))^2}$$

$$= \sqrt{17}$$

∴ معادلة الدائرة هي

$$(\text{س}-3)^2 + (\text{ص}+1)^2 = 17$$

$$\text{س}^2 + \text{ص}^2 - 6\text{س} + 2\text{ص} - 7 = \cdot$$

ملاحظة :يكتفي بكتابة أحد صور المعادلة (القياسية أو العامة).

٤	نفرض أن مركز الدائرة هو $(ل ، ك)$ ∵ الدائرة تمس محور السينات ∴ نق $= \|ك\|$ ∵ المركز يقع على المستقيم ص $+ ٢$س $- ١ =$ صفر ∴ ك $= -٢$ل $+ ١$ ← ① الصورة القياسية لمعادلة الدائرة هي : $(س - ل)^{٢} + (ص - ك)^{٢} = نق^{٢}$ $(س - ل)^{٢} + (ص - ك)^{٢} = ك^{٢}$ ∵ الدائرة تمر بالنقطة (-٤ ، ٠) فهي تحقق معادلتها $(-٤ - ل)^{٢} + (٠ - ك)^{٢} = ك^{٢}$ ل $= -٤$ ك $= -٢$ل $+ ١$ ك $= (-٢) \times (-٤) + ١$ ك $= ٩$ ∴ معادلة الدائرة هي : $(س + ٤)^{٢} + (ص - ٩)^{٢} = ٨١$
٥	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الاول** الصورة العامة $س^{٢} + ص^{٢} + ٢ل س + ٢ك ص + جـ = ٠$ التعويض بالنقط الثلاث $(٠ ، ٠) \Leftarrow ٠^{٢} + ٠^{٢} + ٠ + ٠ + جـ = ٠ \Leftarrow$ جـ $= ٠$ $(٠ ، ٤) \Leftarrow ٤^{٢} + ٠^{٢} + ٨ل + ٠ + ٠ = ٠ \Leftarrow$ ل $= -٢$ $(٦ ، ٠) \Leftarrow ٠^{٢} + ٦^{٢} + ٠ + ٢ك + ٠ = ٠ \Leftarrow$ ك $= -٣$ المعادلة هي $س^{٢} + ص^{٢} - ٤س - ٦ص = ٠$

٦		مركز الدائرة الكبرى هو (١، ٢) نصف قطر الدائرة الكبرى = ٦ ∴ مركزالدائرة الصغرى هو (١ ، ٢) قطر الدائرة الكبرى – قطر الدائرة الصغرى = ٨ ١٢ - قطر الدائرة الصغرى = ٨ ∴ نصف قطر الدائرة الصغرى = ٦ – ٤ = ٢ ∴ معادلة الدائرة الصغرى هي: $(س-١)^{٢}+(ص-٢)^{٢}=٤$

الدرس الثالث :مماسات الدائرة

أولا: الأسئلة الموضوعية:

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣
رقم البديل الصحيح	ج	ج	ج	د	ج	أ	د	أ	د	ب	ج	أ	د

ثانيا: الأسئلة المقالية:

رقم السؤال	الإجابة
١	**اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدورالثاني** مركز الدائرة (٠ ، ١) ميل نصف قطر التماس = $\frac{٣-١}{٠-١}$ = ٢ ميل المماس = $\frac{-١}{٢}$ معادلة المماس $\frac{ص-٣}{س-١}=\frac{-١}{٢}$ ⇐ ٢ص + س − ٧ = ٠ **حل أخر:** (باستخدام المشتقة): مركز الدائرة (٠ ، ١) ٢س + ص × $\frac{وص}{وس}$ − ٢ × $\frac{وص}{وس}$ = ٠ عند النقطة (١، ٣) $\frac{وص}{وس}=\frac{-١}{٢}$ معادلة المماس $\frac{ص-٣}{س-١}=\frac{-١}{٢}$ ⇐ ٢ص + س − ٧ = ٠

٢	نوجد نقطة تماس الدائرتين $س^{٢} + ص^{٢} - ٤س - ٤ص + ٤ = س^{٢} + ص^{٢} - ٤س + ٤ص + ٤$ $٨ص = ٠ \Longleftarrow ص = ٠$ بالتعويض في إحدى المعادلتين عن ص= ٠ ∴ س = ٢ ∴ النقطة (٢ ، ٠) هي نقطة تماس الدائرتين ميل نصف قطر التماس = $\frac{٠ - ٢}{٢ - ٢} = \frac{٢}{٠}$ كمية غير معرّفة ∴ نصف قطر التماس عمودي على محور السينات. ∴ المماس موازي لمحور السينات. ∴ معادلة المماس ص = ٠

٣	∵ معادلة الدائرة هي $س^{٢} + ص^{٢} = ٢$ ← (١) ∴ نق = $\sqrt{٣٧}$ ، ومركز الدائرة هو (٠ ، ٠) ∴ بعد النقطة (٢ ، ٠) عن المركز =٢ باستخدام نظرية فيثاغورث : طول المماس = $\sqrt{٢\sqrt{٧} - (\sqrt{٣٧})^{٢}} = \sqrt{٣٧}$ معادلة الدائرة التي مركزها (٢ ، ٠) ونصف قطرها $\sqrt{٣٧}$ هي : $(س - ٢)^{٢} + ص^{٢} = ٢$ $س^{٢} - ٤س + ص^{٢} + ٢ = ٠$ ← (٢) بحل المعادلتين (١) ، (٢) : $٤س - ٤ = ٠ \Leftarrow س = ١$ ∴ ص = ±١ نقطتي التماس هما (١ ، ١) ، (١ ، - ١) ∴ معادلة المماس الذي يمر بـ (١ ، ١)،(٢ ، ٠) $\frac{ص}{س - ٢} = \frac{١}{-١} \Leftarrow ص + س - ٢ = ٠$ ∴معادلة المماس الذي يمر بـ(١ ، -١)،(٢، ٠): $\frac{ص}{س - ٢} = \frac{-١}{١} \Leftarrow ص - س + ٢ = ٠$ (ملاحظة : يكتفى بذكر إحدى المعادلتين.)

البعد بين المركز والوتر = $\frac{|-١٥|}{٥} = ٣$

أ ، ب نهايتي الوتر

∴ أ و ب مثلث متطابق الضلعين ، ج منتصف الوتر (أ ب)

∴ Δ أ و ج قائم الزاوية في ج

باستخدام نظرية فيثاغورث:

٤

$نق^{٢} = (أج)^{٢} + (و ج)^{٢}$

$= (٣\sqrt{٣})^{٢} + ٣^{٢}$

$= ٢٧ + ٩$

$= ٣٦$

∴ نق = ٦

∴ معادلة الدائرة هي

$س^{٢} + ص^{٢} = ٣٦$

حل آخر:

يرسم من المركز قطر عمودي على الوتر

ميل المستقيم (٣س + ٤ص − ١٥ = ٠) = $\frac{-٣}{٤}$

∴ ميل القطر العمودي على الوتر = $\frac{٣}{٤}$

معادلة القطر العمودي على الوتر :

$\frac{ص - ٠}{س - ٠} = \frac{٤}{٣} \Leftarrow$ ص = $\frac{٤}{٣}$ س

احداثيات نقطة تقاطع الوتر مع القطر هي

س = $\frac{٩}{٥}$ ، ص = $\frac{١٢}{٥}$

بعد النقطة ($\frac{٩}{٥}$ ، $\frac{١٢}{٥}$) عن المركز (٠ ، ٠) =

$\sqrt{(\frac{٩}{٥})^{٢} + (\frac{١٢}{٥})^{٢}}$ = $\sqrt{٩}$ = ٣

نق^{٢} = ٣^{٢} + ($\sqrt{٣}$ ٣)^{٢}

= ٩ + ٢٧

= ٣٦

∴ معادلة الدائرة هي

س^{٢} + ص^{٢} = ٣٦

٥	∵ معادلة المنحنى ص = ٢س^{٢} ∴ ص$'$ = ٤س ⟸ ص$''$ = ٤ ∵ معادلة الدائرة س^{٢} + (ص − نوه)^{٢} = نوه^{٢} ∴ ٢س + ٢(ص − نوه)ص$'$ = ٠ ⟵ س + (ص − نوه)ص$'$ = ٠ ١ + (ص − نوه) ص$''$ + (ص$'$)^{٢} = ٠ ص$''$ = $\frac{-(ص')^{٢}-١}{ص-نوه}$ ∵ المشتقتان متساويتان ∴ $\frac{-(ص')^{٢}-١}{ص-نوه}$ = ٤ ∵ محور السينات مماس مشترك ∴ س = ٠ ⟸ ص = ٠ نقطة التماس (٠،٠)* ص$'$ = ٠ عند (٠،٠) ∴ $\frac{-١}{-نوه}$ = ٤ ⟸ نوه = $\frac{١}{٤}$ *اذا وجد الطالب نقطة التماس بالرسم يعطى عليها نصف درجة
	حل آخر: ∵ معادلة الدائرة س^{٢} + (ص − نوه)^{٢} = نوه^{٢} المركز (٠، نوه) ∵ معادلة المنحنى ص = ٢س^{٢} ⟸ ص$''$ = ٤ ∴ ص$'$ = ٤س باشتقاق معادلة الدائرة ٢س + ٢ص ص$'$ − ٢نوه ص$'$ = ٠ ٢ + ٢ص ص$''$ + ٢(ص$'$)^{٢} − ٢نوه ص$''$ = ٠ ٢ + ٢(٢س^{٢} × ٤) + ٣٢س − ٨ نوه = ٠ ∵ محور السينات مماس مشترك ∴ س = ٠ ⟸ ص = ٠ نقطة التماس (٠،٠)* ٢ + ٠ + ٠ − ٨ نوه = ٠ ∴ $\frac{٢}{٨}$ = نوه ⟸ نوه = $\frac{١}{٤}$ *اذا وجد الطالب نقطة التماس بالرسم يعطى عليها نصف درجة

٦	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الاول** ∵ مركز الدائرة هو (٠،٠) و نق = ٤ ∴ البعد بين المستقيم و مركز الدائرة $= \frac{|٤-٠+٠|}{\sqrt{١+١}} = \frac{٤}{\sqrt{٢}}$ > نق ∴ المستقيم قاطع للدائرة. **حل آخر:** نعوض عن ص = ٤ − س في معادلة الدائرة $س^{٢} + (٤-س)^{٢} = ١٦$ $س^{٢} + ١٦ - ٨س + س^{٢} = ١٦$ $س(س-٤) = ٠$ ∴ س = ٠ أو س = ٤ ومنها ص = ٤ و ص = ٠ ∴ يوجد نقطتان مشتركتان بينهما وعليه فالمستقيم قاطع للدائرة. **((إذا رسم الطالب المستقيم والدائرة وحدد نقاط التقاطع بصورة صحيحة يأخذ الدرجة كاملة))**
٧	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الاول** ∵ المركز يقع على المستقيم ∴ (د،هـ) ← $٣د - ٢هـ - ٨ = ٠$ (١) ∵ الدائرة تمر بالنقطتين (٧، −٤) ، (٢،٧) ∴ $(٧-د)^{٢} + (-٤-هـ)^{٢} = نق^{٢}$ (٢) $(٧-د)^{٢} + (٢-هـ)^{٢} = نق^{٢}$ ← (٢،٧) (٣) بحل المعادلتين (٢) و (٣) : $(-٤-هـ)^{٢} - (٢-هـ)^{٢} = ٠$ $١٦ + ٨هـ + هـ^{٢} - ٤ + ٤هـ - هـ^{٢} = ٠$ $١٢ + ١٢هـ = ٠$ ← هـ = −١ بالتعويض عن هـ = −١ في (١) ∴ د = ٢ الدائرة مركزها (٢،−١) ، نق = $\sqrt{٢٥+٩} = \sqrt{٣٤}$ ∴ معادلة الدائرة هي: $(س-٢)^{٢} + (ص+١)^{٢} = ٣٤$

٨

∵ ميل المماس = −٢

∴ ميل العمودي = $\frac{١}{٢}$

معادلة العمودي هي:

$ص - ٤ = \frac{١}{٢}(س - ١٠)$

$ص - ٨ = س - ١٠$

$س - ٢ص - ٢ = ٠$

ايجاد نقطة تقاطع المماس والعمودي عليه

$س - ٢(-٢س + ١٤) - ٢ = ٠$

$س + ٤س - ٢٨ - ٢ = ٠$

$٥س = ٣٠ \Leftarrow س = ٦$

∴ $ص = -٢ \times ٦ + ١٤ = ٢$

نقطة التقاطع هي: (٦، ٢)

النقطتان (١٠ ، ٤) ، (٦ ، ٢) هما نهايتي قطر في الدائرة

معادلة الدائرة هي:

$س^{٢} + ص^{٢} - (١٠ + ٦)س - (٤ + ٢)ص + ١٠ \times ٦ + ٤ \times ٢$

$س^{٢} + ص^{٢} - ١٦س - ٦ص + ٦٨ = ٠$

حل أخر :

إذا حل الطالب بنفس الخطوات السابقة إلى أن يجد نقطة التقاطع ثم يكمل الحل كالآتي :

مركز الدائرة

$(٣، ٨) = \left(\frac{٦ + ١٠}{٢}، \frac{٤ + ٢}{٢}\right)$

$نق = \sqrt{(١٠ - ٨)^{٢} + (٤ - ٣)^{٢}} = \sqrt{٥}$

معادلة الدائرة

$(س - ٨)^{٢} + (ص - ٣)^{٢} = ٥$

٩	نفرض أن مركز الدائرة هو $(ل، ك)$ ∵ الدائرة تمس محور السينات ∴ نق $= \|ك\|$ ∵ المركز يقع على المستقيم ص $+ ٢$س $- ١ =$ صفر ∴ ك $= -٢$ل $+ ١$ ← ① الصورة القياسية لمعادلة الدائرة هي : $(س - ل)^{٢} + (ص - ك)^{٢} = نق^{٢}$ $(س - ل)^{٢} + (ص - ك)^{٢} = ك^{٢}$ ∵ الدائرة تمر بالنقطة (-٤ ، ٠) فهي تحقق معادلتها $(-٤ - ل)^{٢} + (٠ - ك)^{٢} = ك^{٢}$ ل $= -٤$ ك $= -٢$ل $+ ١$ ك $= (-٢) \times (-٤) + ١$ ك $= ٩$ ∴ معادلة الدائرة هي : $(س + ٤)^{٢} + (ص - ٩)^{٢} = ٨١$

١٠	$س^{٢} + ص^{٢} - ٨ص + ١ = صفر$ $ل = ٠ ، ل = \frac{-٤}{٢} = -٢ ، حـ = ١$ معادلة المماس هي $س س_{١} + ص ص_{١} + ل(س + س_{١}) + ل(ص + ص_{١}) + حـ = ٠$ التعويض بالنقطة (٠،٠) $س \times ٠ + ص \times ٠ + صفر + -٤ ص + ١ = ٠$ $-٤ ص = -١ \Leftarrow ص = ٢$ بالتعويض عن ص في معادلة الدائرة $س^{٢} + ٤ - ٨ \times ٢ + ١ = ٠$ $س^{٢} - ٤ = ٠ \Leftarrow س = \pm ٢$ نقطتا التماس (٢،٢) ، (-٢،٢) معادلة المماس الأول هي $٢ س + ٢ ص - ٤ ص - ٨ + ١ = ٠$ $٢ س = ٢ ص \Leftarrow ص = س$ معادلة المماس الثاني هي $-٢ س + ٢ ص - ٤ ص - ٨ + ١ = ٠$ $-٢ س - ٢ ص = ٠ \Leftarrow ص = -س$

١١	أ) بالتعويض عن النقطة في معادلة الدائرة: $(-٦+٥)^{٢}+(-١-٤)^{٢}=١+٩=١٠>٩$ ∴ النقطة $(-١،٦)$ خارج الدائرة. **طريقة أخرى للحل:** مركز الدائرة هو $(-٤،٥)$، ونصف قطرها نق = ٣ البعد بين النقطة $(-١،٦)$ والمركز $(-٤،٥)$ $= \sqrt{(-٦+٥)^{٢}+(-١-٤)^{٢}} = \sqrt{١+٩} >$ نق ∴ النقطة $(-١،٦)$ خارج الدائرة. --- ب) البعد بين المستقيم ص + ٢ س = صفر ومركز الدائرة $(-٤،٥)$ هو : البعد = $\frac{|٠+٤\times١+(-٥)\times٢|}{\sqrt{٤+١}} = \frac{٦}{\sqrt{٥}} <$ نق ∴ المستقيم ص + ٢ س = صفر قاطع للدائرة.
١٢	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الثاني** مركز الدائرة يقع على المستقيم ص = - س نفرض أن المركز هو (م ، - م) الدائرة تمس المستقيم الرأسي س = ٥ ∴ البعد بين المركز والمستقيم = نصف قطر الدائرة ∴ نق = $\|م - ٥\|$ ⇐ (١) ∵ الدائرة تمس المستقيم الأفقي ص = ٧ ∴ نق = $\|-م + ٧\|$ ⇐ (٢) من (١) ، (٢) ⇐ إما م − ٥ = ٧ + م ⇐ لا يوجد حل أو م − ٥ = - ٧ − م ⇐ ٢ م = - ٢ ∴ م = - ١ ∴ نق = ٦

١٣	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الاول** بكتابة معادلة الدائرة على الشكل التالي: س^{٢} + ص^{٢} + ١٤ص - ١٥ = ٠ ← (١) عند التعويض عن النقطة (٠ ، ٦) في معادلة الدائرة (١) يعطي مربع طول المماس المرسوم من (٠ ، ٦) . طول المماس = $\sqrt{٠+٣٦+١٤\times٦-١٥}$ = $\sqrt{١٠٥}$ وحدة طول

١٤	نفرض أن مركز الدائرة هو (أ ، ب) ومعادلتها هي $س^{٢} + ص^{٢} - ٢ أ س - ٢ ب ص + جـ = صفر$ بالتعويض عن النقطة (٠ ، ٠) في معادلة الدائرة : جـ = صفر ← (١) بالتعويض عن النقطة (-٣ ، ١) في معادلة الدائرة : ٩ + ١ + ٦ أ - ٢ ب = صفر ومنها ب = ٥ + ٣ أ ← (٢) ∵ الدائرة تمس المستقيم س = ٢ ، ∴ تمر بالنقطة (٢ ، ب) و بالتعويض عن النقطة (٢ ، ب) في معادلة الدائرة : ٤ - $ب^{٢}$ - ٤أ = صفر ← (٣) بالتعويض عن ب من (٢) في (٣) للحصول على ٤ - $(٥ + ٣ أ)^{٢}$ - ٤أ = صفر ومنها ٩ $أ^{٢}$ + ٣٤ أ + ٢١ = صفر (٩ أ + ٧) (أ + ٣) = صفر ومنها أ = $\frac{-٧}{٩}$ أو أ = -٣ ومن معادلة (٣) : ب = $\frac{٨}{٣}$ (المركز في الربع الثاني) ب = - ٤ (المركز في الربع الثالث) ∴ المركز (-٣ ، -٤) نق = $\sqrt{٩ + ١٦}$ = ٥

طريقة أخرى للحل :-

نفرض أن مركز الدائرة هو (م،ب)

ومعادلتها (س – م)^{٢} + (ص – ب)^{٢} = نق^{٢}

∵ الدائرة تمس المستقيم س = ٢ ،

فان مركزها يكون (٢ – نق ، ب)

بالتعويض عن النقطة (٠ ، ٠) في معادلة الدائرة :

(٢ – نق)^{٢} + ب^{٢} = نق^{٢}

ومنه ٤ – ٤ نق + ب^{٢} = صفر ← (٢)

بالتعويض عن النقطة (-٣ ، ١) في معادلة الدائرة :

(-٣ - (٢ - نق))^{٢} + (١ – ب) ^{٢} = نق^{٢}

وبالتبسيط ينتج

ب^{٢} – ٢ ب – ١٠ نق + ٢٦ = صفر ← (٣)

بحل معادلة (٢) ، (٣) تنتج المعادلة التربيعية

٣ ب ^{٢} + ٤ ب - ٣٢ = ٠

(٣ ب – ٨) (ب + ٤) = ٠

∵ الدائرة تقع في الربع الثالث ∴ ب = - ٤

وبالتعويض عن قيمة ب في معادلة (٢) للحصول على:

نق = ٥

طريقة أخرى للحل :-

نفرض أن مركز الدائرة هو (أ،ب) ونصف قطرها نق

∵ الدائرة تمس المستقيم س = ٢

∴ نصف قطرها نق = ٢ − أ ⇐ (١)

∴ معادلة الدائرة هي :

$(س-أ)^{٢}+(ص-ب)^{٢}=(٢-أ)^{٢}$

بالتعويض عن النقطة (٠ ، ٠) في معادلة الدائرة :

$أ^{٢}+ب^{٢}=(٢-أ)^{٢}$

ومنها نحصل على $أ=١-\frac{ب^{٢}}{٤}$ ⇐ (٢)

بالتعويض عن النقطة (-٣ ، ١) في معادلة الدائرة :

$(-٣-أ)^{٢}+(١-ب)^{٢}=(٢-أ)^{٢}$

ومنها ب ٢ − ٢ ب + ١٠ أ + ٦ = ٠ ⇐ (٣)

بالتعويض عن أ من معادلة (٢) في معادلة (٣) للحصول على

$ب^{٢}-٢ب+١٠\left(١-\frac{ب^{٢}}{٤}\right)+٦=٠$

وبالتبسيط تنتج المعادلة التربيعية

٣ ب ٢ + ٤ ب - ٣٢ = ٠

(٣ ب − ٨) (ب + ٤) = ٠

∵ الدائرة تقع في الربع الثالث ∴ ب = - ٤

وبالتعويض عن قيمة ب في معادلة (٢) للحصول على:

أ = −٣

ومن (١) ، يكون نصف القطر نق = ٥